

SUMÁRIO

Prólogo	19
---------------	----

PARTE I. PROBABILIDADES

1. Informação Incompleta e os Teoremas de Regraduação de Cox.....	27
1.1 Introdução: Determinismo Newtoniano ou Aleatório?..	27
1.2 Informação Completa ou Incompleta	34
1.3 Desiderata à la Cox	39
1.3.1 DP_1 : Representação de Crenças e Transitividade	40
1.3.2 Asserções Compostas	41
1.3.3 DP_2 : Um Mínimo de Consistência	42
1.3.4 DP_3 : Informação Completa.....	43
1.3.5 DP_4 Soma e DP_5 Produto	44
1.4 Consequências da Lista de Desejos: Regra da Soma	45
1.4.1 Regra da Soma para Asserções em Geral.....	48
1.5 Consequências da Lista de Desejos: Produto, Quais as Variáveis Relevantes?	49
1.6 Regra do Produto: Qual é a Função G ?	54

1.6.1	Negação.....	56
1.7	Estrutura Matemática Sobrevivente.....	57
1.8	Exercícios.....	59
2.	Outras Formas de Introduzir Probabilidade.....	67
2.1	Kolmogorov e as Probabilidades.....	67
2.1.1	Ainda Outras Definições de Probabilidade.....	70
2.2	Algumas Definições.....	72
2.3	Exercícios.....	73
3.	Conceitos Elementares de Probabilidades.....	77
3.1	Exemplos de Sistemas onde a Informação é Incompleta.....	77
3.2	Tipos de Variáveis.....	81
3.2.1	Variáveis Discretas.....	81
3.2.2	Variáveis Reais: Densidades de Probabilidades...	82
3.2.3	Distribuição Cumulativa de Probabilidade.....	83
3.3	Caracterização de Distribuições e Densidades de Probabilidade.....	84
3.4	Distribuições Marginais.....	86
3.5	Independência.....	88
3.5.1	Independência aos Pares, Mútua e Condicional.....	88
3.6	Famílias de Distribuições de Probabilidade.....	90
3.6.1	Distribuição de Bernoulli.....	91
3.6.2	Distribuição Uniforme.....	93
3.6.3	Distribuição Binomial.....	94
3.6.4	Distribuição Binomial Negativa.....	95
3.6.5	Distribuição de Poisson.....	95
3.6.6	Distribuição Beta.....	97
3.6.7	Distribuição Gama.....	99
3.6.8	Distribuição Gaussiana ou Normal.....	99
3.6.9	Distribuição Exponencial.....	100
3.6.10	Distribuição de Laplace.....	100
3.6.11	Distribuição de Cauchy.....	100
3.7	Mudança de Variáveis.....	101
3.8	Covariância e Correlações.....	103
3.9	Exercícios.....	104

4. A Distribuição Gaussiana	111
4.1 A Distribuição Normal ou Gaussiana	112
4.2 Limite da Distribuição Binomial	113
4.3 Momentos Centrais da Gaussiana	116
4.4 Herschel e Maxwell: Um Pouco de Física	117
4.5 A Distribuição Normal Cumulativa	120
4.6 Gauss e a Gaussiana	121
4.6.1 A Distribuição Produto e a Distribuição Quociente	123
4.6.2 De Volta ao Quociente e Caudas Gordas.....	125
4.7 Exercícios.....	126
5. Probabilidade e Frequência	129
5.1 Simetria	130
5.2 Urnas.....	133
5.2.1 Urnas: Extrações Repetidas com Reposição	135
5.3 A Distribuição Binomial.....	135
5.3.1 Momentos da Binomial	138
5.4 Frequência Não é Probabilidade.....	141
5.4.1 A Distribuição Multinomial.....	142
5.4.2 Urnas sem Reposição: A Distribuição Hiper- geométrica	143
5.5 Informação Escondida	146
5.6 Problema Inverso: Urna com Conteúdo Desconhecido.	148
5.7 A Regra de Sucessão de Laplace	150
5.8 Sequências Imaginadas, Mãos Quentes e Falácia do Jogador	154
5.9 Exercícios.....	158
6. Teorema Central do Limite	163
6.1 Convoluções e Cumulantes	165
6.1.1 Marginalização	166
6.1.2 Distribuição da Soma de Variáveis e a Função Característica.....	167
6.1.3 Cumulantes.....	169
6.2 O Teorema Central do Limite I	173
6.2.1 Um Teorema	175

6.3	Lei Fraca dos Grandes Números: Concentração em Torno da Média.....	176
6.3.1	Probabilidade Não é Frequência.....	177
6.4	O Teorema Central do Limite II	179
6.4.1	Teorema Central do Limite de Kinchin	179
6.5	O Teorema Central do Limite III	180
6.5.1	A Distribuição Uniforme.....	180
6.5.2	A Distribuição Exponencial	181
6.5.3	A Distribuição Binomial Revisitada	183
6.6	Noções sobre Modos de Convergência	184
6.7	Exercícios.....	186
7.	Aplicações da Regra de Bayes	189
7.1	A Regra de Bayes e Informação Incompleta	190
7.1.1	Exemplo 1: Chuva e Sol.....	190
7.1.2	Exemplo 2: Teste Médico	192
7.1.3	Jaynes e o Bom Senso	194
7.2	Ajuste de Funções e Estimativa de Parâmetros	195
7.2.1	Obtendo a Posterior.....	199
7.2.2	Um Pouco Mais de Mínimos Quadrados.....	203
7.3	Moeda Recarregada	205
7.3.1	Bayes, a Mesa de Bilhar e a Distribuição <i>a Priori</i> ..	209
7.4	Estimativas de Parâmetros para Distribuições Gaussianas	211
7.5	Caudas Gordas	217
7.5.1	Exemplo Simples de Tomada de Decisão e o Problema das Três Portas	221
7.6	Um Pouco Mais sobre Teste de Hipóteses	225
7.6.1	Ilustração de Decisão em um Simples Teste Médico	227
7.7	Exercícios.....	231
8.	Seleção de Modelos	239
8.1	Modelos.....	241
8.2	Escolha Bayesiana entre Modelos	242
8.3	A Navalha de Ocam	244
8.4	Armazém de Critérios de Informação	246

8.5	Quantos Picos no Espectro?	248
8.5.1	Exemplo: Uma Nova Partícula ou Ruído?	249
8.6	Estudo de um Caso com Dados Reais	251
8.6.1	Um ou Dois grupos?	254
8.6.2	Qual é o Resumo?	260
8.7	Exercícios para Pensar	260

PARTE II. ENTROPIA

9.	Entropia	265
9.1	Incerteza, Ignorância e Informação	266
9.1.1	Um Método Variacional	274
9.2	Entropia Relativa	274
9.2.1	Desiderata Entrópica	276
9.2.2	DE_3 : Localidade	277
9.2.3	DE_4 : Invariância	278
9.2.4	DE_2 : Parcimônia	281
9.2.5	DE_5 : Independência	282
9.3	Entropia e Convexidade	285
9.3.1	Informação Mútua e Independência	286
10.	A Mecânica Estatística como uma Teoria de Informação	289
10.1	O Problema Variacional: Variáveis Discretas	289
10.1.1	Exemplo: Variável de Dois Estados	291
10.1.2	Sistema de Três Estados	292
10.1.3	Variáveis Reais: A Gaussiana	293
10.2	Caso Geral para Informação sobre Valores Esperados	295
10.3	Conexão com a Termodinâmica: Estrutura Matemática	297
10.3.1	Transformações de Legendre	297
10.3.2	Relações de Maxwell	298
10.4	Micro e Macroestados	300
10.5	Conexão com a Termodinâmica: Física	304
10.5.1	O Ensemble Microcanônico	304
10.6	Parâmetros Intensivos T, P, μ	306
10.6.1	Temperatura	307
10.6.2	Pressão	310

10.6.3	Potencial Químico.....	311
10.6.4	Objetivo ou Subjetivo?	311
10.6.5	Comentários sobre Variáveis Extensivas e Intensivas	314
10.7	Ensemble Canônico	316
10.7.1	Ensemble Grande Canônico	318
10.7.2	Comparação da Entropia nos Diferentes Ensembles	318
10.8	Teorema de Liouville e a Segunda Lei da Termodinâmica.....	320
10.9	Exercícios	325
11.	Aplicações a Modelos Físicos Simples	333
11.1	Sistemas Paramagnéticos.....	333
11.1.1	Ensemble Microcanônico: Energia Fixa	334
11.1.2	Ensemble Canônico: Valor Esperado da Energia Fixo.....	335
11.2	Gás Ideal: Microcanônico	336
11.3	Gás Ideal: Ensemble Canônico.....	341
11.4	Mistura de Gases Ideais Clássicos	343
11.4.1	Reações e Potenciais Químicos	344
11.5	Sólido Clássico	345
11.6	Sólido de Einstein no Ensemble Microcanônico	346
11.6.1	Sólido de Einstein no Ensemble Canônico	349
11.7	Ensemble Grande Canônico.....	350
11.8	Gases Quânticos	352
11.9	Densidade de Estados	359
11.10	Gás de Fermi-Dirac	360
11.10.1	Gás Ideal de Férmions a Temperatura Finita	363
11.10.2	O Potencial Termodinâmico Φ e a Energia E	365
11.10.3	O Número de Partículas N e o Potencial Químico μ	366
11.10.4	A Entropia S e o Calor Específico C_V	367
11.11	Bósons	368
11.11.1	Radiação de Corpo Negro	368
11.11.2	Um Gás de Fótons	369
11.11.3	Condensação de Bose-Einstein.....	371

11.11.4 Capacidade Térmica.....	373
11.12 Exercícios.....	374
12. Fenômenos Coletivos	379
12.1 O Modelo de Ising.....	382
12.2 Modelo de Ising em Uma Dimensão	383
12.2.1 Matriz de Transferência	383
12.3 Campo Médio: Interpretação Geométrica	388
12.3.1 Campo Médio: Ising Spin $\frac{1}{2}$	389
12.3.2 Campo Médio: Blume-Capel Spin 1	394
12.4 O Modelo de Alcance Infinito: Ising Spin $\frac{1}{2}$	398
12.4.1 Método de Ponto de Sela	398
12.4.2 Cálculo Rigoroso para o Modelo de Ising com Interações de Alcance Infinito	402
12.4.3 Ponto de Sela para o Modelo de Blume-Capel de Spin 1	405
12.5 Argumentos de Energia-Entropia	406
12.6 O Grupo de Renormalização	408
12.6.1 Modelo de Ising 1D Revisitado	409
12.6.2 Grupo de Renormalização Aproximado: Ising em Duas Dimensões	413
12.6.3 Generalização do Grupo de Renormalização.....	416
12.7 Exercícios.....	417
13. Monte Carlo.....	423
13.1 Integração Numérica em Espaços de Alta Dimensão	424
13.2 Integrando com Ajuda do Teorema Central do Limite..	425
13.2.1 Mudando Variáveis	427
13.3 Exemplos Analíticos	429
13.3.1 Distribuição Exponencial	429
13.3.2 Distribuição Normal.....	431
13.4 Métodos Estáticos: Rejeição	431
13.4.1 π e o Círculo	433
13.5 Métodos Dinâmicos	434
13.6 Algoritmo de Metropolis.....	438
13.6.1 Atrator da Dinâmica.....	440

13.6.2 Modelo de Ising	442
13.7 Exercícios	446
Posfácio	451
Apêndice A. Gaussiana, Stirling e a Função Gamma	459
A.1 Normalização Gaussiana	459
A.1.1 Completando Quadrados	461
A.1.2 Mais de Uma Dimensão: Normais Multivariadas	463
A.2 Distribuição χ^2	466
A.3 Aproximação de de Moivre-Stirling para o Fatorial	467
Apêndice B. Difusão	471
B.1 Caminho Aleatório	472
B.2 Exercícios	475
Apêndice C. O Teorema de Perron-Frobenius para Matrizes de Markov	479
Apêndice D. Transformada de Fourier	485
Apêndice E. Algumas Desigualdades	489
E.1 Desigualdade de Cramér-Rao	490
E.2 Desigualdade de Jensen	491
E.3 Desigualdade de Markov	492
E.3.1 Mudança de Variáveis	493
E.4 Desigualdade de Chebyshev	493
E.5 Cotas Exponenciais: Chernoff	494
E.5.1 Caso Exponencial: $x \sim \exp(-x)$	494
E.5.2 Caso Gaussiano: $x \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$	495
E.5.3 Chernoff para Somas	497
E.6 Desigualdade de Hoeffding	498
Apêndice F. Multiplicadores de Lagrange	501
Apêndice G. Transformada de Legendre	505
G.1 Exercícios	507

Apêndice H. Lembrando a Termodinâmica	511
H.1 Trabalho	514
H.2 Irreversibilidade e Calor	516
H.3 Entropia	522
H.4 Gases Ideais e o Ciclo de Carnot	527
H.4.1 Expansão ou Contração Isotérmica.....	527
H.4.2 Expansão ou Contração Adiabática.....	529
H.5 O Ciclo de Carnot para um Gás Ideal	530
H.6 Exercícios.....	533
Apêndice I. O Ensemble Canônico e Reservatórios Térmicos....	535
Referências Bibliográficas	539
Índice Remissivo	545
Sobre o Autor	547