

SUMÁRIO

Introdução	15
1. Uma Brevíssima História das EDPs.....	23
1.1 D'Alembert	25
1.2 Fourier	26
1.3 E Além.....	29
2. Equações da Física Matemática	33
2.1 Das EDOs às EDPs	33
2.2 Variáveis Reais e Grandezas Físicas	35
2.3 A Equação do Transporte	37
2.4 A Equação da Corda	39
2.5 A Equação da Difusão do Calor.....	42
2.6 A Equação de Laplace	47
2.7 Exercícios	49
3. EDPs no Sentido Clássico	51
3.1 EDPs, Operadores Diferenciais e Soluções Clássicas.....	51
3.2 Linearidade	56
3.3 Problemas Bem-postos.....	59
3.4 Exemplo: A Equação do Transporte	61
3.5 Exercícios	64

4.	EDPs de Primeira Ordem	67
4.1	Primeiras EDPs	67
4.2	EDPs Lineares de Primeira Ordem	73
4.3	Solução Geométrica	75
4.4	Solução Algébrica	78
4.5	Método das Curvas Características	81
4.6	EDPs Quasilineares de Primeira Ordem	86
4.7	EDPs Não Lineares de Primeira Ordem	90
4.8	Exercícios	92
5.	EDPs Lineares de Segunda Ordem	95
5.1	O Problema de Cauchy para EDPs Lineares de Segunda Ordem	95
5.2	Classificação das EDPs Lineares de Segunda Ordem	97
5.3	Método das Coordenadas Características	100
5.4	Invariância do Discriminante	104
5.5	Formas canônicas	106
5.5.1	Equações Hiperbólicas	107
5.5.2	Equações Parabólicas	108
5.5.3	Equações Elípticas	109
5.6	Outras Transformações Interessantes	110
5.6.1	Eliminando os Termos de Primeira Ordem	110
5.6.2	Transformando os Coeficientes de Segunda Ordem em Constantes	112
5.7	Exemplo: A Equação de Black-Scholes	114
5.8	Exercícios	116
6.	A Equação da Corda	119
6.1	Solução da Equação da Corda	119
6.2	Fórmula de d'Alembert	122
6.3	Interpretação das Soluções	124
6.4	Cordas com Descontinuidades	126
6.5	Equação da Corda com Termo Forçante	129
6.6	Equação da Corda Semi-infinita	134
	Exercícios	139
7.	Da Corda Finita à Série de Fourier	143
7.1	Soluções Particulares para a Corda Finita	143
7.2	A Série de Fourier	148
7.3	Convergência da Série de Fourier	156
7.4	Solução da Equação da Corda com Extremos Fixos	164
7.5	Exercícios	168

8. Separação de Variáveis	171
8.1 Difusão do Calor com Extremos a Temperatura Fixa	171
8.2 Um Problema de Dirichlet para a Equação de Laplace ..	176
8.3 Um Problema de Neumann.....	180
8.4 Um Problema de Robin	184
8.5 Exemplo: Não Universalidade do Método da Separação	191
8.6 Exercícios	192
9. Fourier-Bessel e Fourier-Legendre.....	195
9.1 Película Circular em Vibração	195
9.2 Equação de Laplace na Esfera	205
Exercícios	216
10. Funções de Bessel	221
10.1 Funções de Bessel Modificadas	221
10.2 Funções de Bessel Modificadas de Parâmetro Natural ...	223
10.3 A Função Gama.....	225
10.4 Funções de Bessel (Não Natural)	229
10.5 Exercícios	230
11. Equações Não Homogêneas.....	233
11.1 Não Homogeneidades Elementares.....	233
11.2 Homogeneização das Condições de Contorno	236
11.3 Expansão em Série	239
11.4 Exercícios	245
12. Teoria de Sturm-Liouville.....	247
12.1 O problema regular de Sturm-Liouville	247
12.2 Interpretação Geométrica e Exemplos	256
12.3 Uma Aplicação	261
12.4 Exercícios	263
13. Representações em Séries e o Espaço L^2	267
13.1 O Espaço L^2	267
13.2 Desigualdade de Bessel	271
13.3 A Identidade de Parseval	274
13.4 Exercícios	276
14. Sequências de Funções	279
14.1 Convergência Simples, Absoluta e Uniforme	279
14.2 Integrabilidade e Diferenciabilidade.....	285
14.3 Convergência Pontual, Uniforme e L^2	290

14.4	Convergência da Série de Fourier	293
14.5	Exemplo: Convergência da Solução da Difusão do Calor	295
14.6	Exercícios	298
15.	Unicidade de Soluções e Dependência Contínua	301
15.1	Algumas Palavras sobre Topologia do Plano	302
15.2	Unicidade para a Equação de Laplace	302
15.3	Unicidade para a Equação do Calor	306
15.4	Unicidade para a Equação da Onda	310
15.5	Dependência Contínua para a Equação do Calor	313
15.6	Dependência Contínua para a Corda Infinita	315
15.7	Exercícios	315
16.	A Equação de Laplace no Plano	319
16.1	O Teorema da Média	319
16.2	O Teorema de Liouville	323
16.3	Exercícios	325
17.	A Transformada de Fourier	327
17.1	Introdução	327
17.2	Da Integral à Transformada de Fourier	329
17.3	Solução Formal da Equação do Calor na Reta	332
17.4	O Espaço de Schwartz	335
17.5	A Transformada de Fourier	339
17.6	Propriedades da Transformada de Fourier	345
17.7	Determinação de Algumas Transformadas de Fourier ...	349
17.8	Exercícios	354
18.	A Transformada Inversa	357
18.1	A Inversa da Transformada de Fourier.....	357
18.2	O Produto de Convolução	364
18.3	Condução do Calor na Barra Infinita	372
18.4	Equação de Laplace no Semiplano Superior.....	376
18.5	Exercícios	379
Apêndice A.	Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs)	385
Apêndice B.	A Transformada de Fourier da Secante Hiperbólica	397
Apêndice C.	Transformadas de Fourier.....	403
Apêndice D.	Respostas dos Exercícios	407

Bibliografia	425
Índice Remissivo	429
Sobre o Autor	433