

SUMÁRIO

Notações	xv
Prefácio	xxi
1. Apresentação do Método de Elementos Finitos	1
1.1 Introdução.....	1
1.2 Origem, História e Generalização.....	8
1.3 Exemplificação em Estado Plano de Tensões.....	11
1.4 Facilidades e Ressalvas de Utilização	18
1.5 Sugestões de Uso deste Livro.....	20
1.6 Bibliografia.....	21
2. Conceitos Básicos da Formulação do Modelo de Deslocamentos.....	25
2.1 Introdução.....	25
2.2 Princípio dos Deslocamentos Virtuais.....	26
2.3 Funcional Energia Potencial Total.....	31
2.4 Método de Rayleigh-Ritz.....	34
2.5 Modelo de Deslocamentos	43
2.6 Soluções Aproximadas Local e Global	57
2.7 Convergência	64
2.7.1 Critério de Completude	64
2.7.2 Critério de Conformidade.....	66

2.7.3	Elementos não Conformes.....	70
2.7.4	Teste da Malha de Irons.....	71
2.8	Exercícios	76
2.9	Bibliografia.....	76
3.	Elementos Lineares de Elasticidade	79
3.1	Introdução	79
3.2	Elasticidade Bidimensional	80
3.2.1	Elemento Triangular	82
3.2.2	Elemento Retangular.....	88
3.3	Elasticidade Tridimensional.....	92
3.4	Elasticidade Axissimétrica	95
3.5	Aplicações Numéricas	99
3.5.1	Viga-Parede	99
3.5.2	Cunha.....	101
3.6	Exercícios.....	102
3.7	Bibliografia	103
4.	Famílias de Elementos.....	105
4.1	Introdução.....	105
4.2	Família Lagrange	106
4.3	Família Serendipity	111
4.4	Famílias de Elementos Triangulares e Tetraédricos.....	118
4.5	Definição Paramétrica de Geometria.....	125
4.6	Convergência com Elementos de Definição Paramétrica	135
4.6.1	Critério de Completude e Efeito de Distorção de Elementos.....	136
4.6.2	Critério de Conformidade	142
4.7	Integração Numérica	144
4.8	Exercícios	156
4.9	Bibliografia	157
5.	Tópicos Diversos.....	161
5.1	Introdução.....	161
5.2	Elementos de Viga	162
5.2.1	Pontos Superconvergentes de Tensão	162
5.2.2	Elementos de Viga de Timoshenko.....	166
5.2.3	Integração Reduzida	173
5.2.4	Elementos Mistos	176

5.2.5	Elementos com Restrições Discretas	180
5.2.6	Elemento sobre Base Elástica	184
5.2.7	Aplicações Numéricas	189
5.2.7.1	Viga em Balanço	189
5.2.7.2	Galeria sobre Base Elástica	193
5.3	Condensação Estática	196
5.4	Funções de Interpolação Hierárquicas	198
5.4.1	Elemento Unidimensional.....	198
5.4.2	Elementos Bi e Tridimensionais.....	202
5.4.2.1	Elementos Quadriláteros	202
5.4.2.2	Elementos Triangulares.....	209
5.4.2.3	Elementos Hexaédricos.....	211
5.4.2.4	Elementos Prismáticos de Base Triangular.....	212
5.4.2.5	Elementos Tetraédricos.....	213
5.5	Degeneração de Elementos.....	214
5.6	Elementos não Conformes de Elasticidade	220
5.7	Material Ortótropo	232
5.8	Aplicações Numéricas.....	235
5.8.1	Viga em Balanço.....	235
5.8.2	Barragem	238
5.8.3	Chapa com Furo.....	241
5.8.4	Via Férrea	242
5.9	Exercícios	244
5.10	Bibliografia.....	244
6.	Elementos de Placa	249
6.1	Introdução.....	249
6.2	Teoria Clássica	251
6.3	Elementos de Kirchhoff.....	255
6.3.1	Elementos não Conformes	258
6.3.2	Elementos com Restrições Discretas e Elementos Conformes.....	265
6.4	Teoria de Mindlin.....	268
6.5	Elementos de Mindlin	272
6.5.1	Elemento Bilinear	277
6.5.2	Elementos Biquadráticos Serendipity e Lagrange	281
6.5.3	Elemento Heterosis.....	282
6.5.4	Considerações Finais.....	285
6.6	Elemento sobre Base Elástica	285

6.7	Aplicações Numéricas	287
6.7.1	Avaliação de Travamento de Esforço Cortante	287
6.7.2	Avaliação do Modelo de Mindlin e de suas Condições de Contorno	289
6.8	Exercícios	295
6.9	Bibliografia	296
7.	Elementos de Casca	303
7.1	Introdução	303
7.2	Elementos Planos	306
7.3	Elementos Curvos com Hipóteses de Reissner - Mindlin	312
7.4	Casca Axissimétrica com Carregamento Axissimétrico	328
7.5	Aplicações Numéricas	333
7.5.1	Viga em Balanço	333
7.5.2	Casca Semi-Esférica	336
7.5.3	Cobertura em Casca	338
7.6	Exercícios	343
7.7	Bibliografia	343
8.	Modelagem, Análise e Interpretação de Resultados	347
8.1	Introdução	347
8.2	Modelagem	348
8.3	Condicionamento Matricial	355
8.4	Procedimentos de Modelagem	366
8.4.1	Seleção do Elemento	366
8.4.2	Comportamento Numérico do Elemento	367
8.4.3	Construção do Modelo Discreto	370
8.4.4	Refinamento da Malha	372
8.5	Checagem do Modelo e de Resultados	379
8.5.1	Verificação de Dados	379
8.5.2	Especificação do Método de Análise	381
8.5.3	Interpretação de Resultados	381
8.5.4	Erros dos Sistemas de Análise	383
8.6	Sugestões de Modelagem e Análise	383
8.7	Bibliografia	387
9.	Funcionais e Métodos Aproximados	393
9.1	Introdução	393
9.2	Funcional	394

9.2.1	Variação de Funcional	396
9.2.2	Princípios Variacionais.....	406
9.2.3	Funcionais com Multiplicadores de Lagrange.....	411
9.2.4	Principais Funcionais da Mecânica dos Sólidos.....	415
9.2.4.1	Teorema do Trabalho e Formas Derivadas.....	415
9.2.4.2	Funcional Energia Potencial Total.....	420
9.2.4.3	Funcional de Hu-Washizu	423
9.2.4.4	Funcional de Hellinger-Reissner.....	425
9.2.4.5	Funcional Energia Potencial Complementar	428
9.2.4.6	Funcional de Hamilton	433
9.2.5	Exercícios	436
9.3	Métodos Aproximados de Estacionariedade de Funcionais	439
9.3.1	Método de Rayleigh-Ritz.....	439
9.3.2	Método de Kantorovich	445
9.3.3	Exercícios	448
9.4	Métodos de Resíduos Ponderados	449
9.4.1	Expressões Gerais de Equações de Resíduos Ponderados.....	449
9.4.2	Método de Galerkin.....	454
9.4.3	Outros métodos de Resíduos Ponderados	459
9.4.3.1	Métodos de Colocação por Pontos e por Subdomínios	460
9.4.3.2	Métodos de Mínimos Quadrados e de Mínimos Quadrados por Pontos.....	461
9.4.4	Exercícios	469
9.5	Bibliografia.....	469
10.	Extensão de Formulação.....	473
10.1	Introdução.....	473
10.2	Problemas de Valores de Contorno	474
10.3	Problemas de Condições Iniciais.....	484
10.4	Modelos Mistos em Elasticidade.....	487
10.5	Modelo Misto em Elasticidade Quase-Incompressível e Incompressível	494
10.6	Modelos de Elementos Finitos de Placa.....	501
10.6.1	Equações Básicas	501
10.6.2	Modelo Misto nos Campos w , $\{\theta\}$ e $\{Q\}$	505
10.6.3	Modelo de Deslocamentos.....	509
10.6.4	Modelo com Restrições Discretas	511

10.7	Modelos Híbridos em Elasticidade.....	516
10.8	Modelos com Campos Assumidos de Deformações	521
10.8.1	Consistência Variacional.....	521
10.8.2	Tensores.....	526
10.8.3	Elementos de Placa	532
10.8.4	Aplicações Numéricas com Elementos de Placa	540
10.8.5	Elementos de Casca.....	546
10.9	Modelo com Campos Enriquecidos de Deformações	555
10.10	Bibliografia.....	558
Anexo – Quem fez a história do Método de Elementos Finitos?		567
Índice Remissivo.....		573
Sobre o Autor e o Colaborador		579