

SUMÁRIO

Prefácio	13
1. Conceitos Fundamentais da Lógica	15
1.1 O que é Lógica?	15
1.2 A Lógica e a Linguagem Natural	18
1.3 Linguagem e Metalinguagem	20
1.4 Demonstração Matemática	20
1.5 O Paradoxo do Mentiroso	23
1.6 Um Passeio pelas Diferentes Lógicas	27
2. Lógica Proposicional	31
2.1 A Linguagem da Lógica Proposicional	32
2.2 Valoração	37
2.3 Tabela-Verdade	40
2.4 Diagramas de Venn-Euler	44
2.5 Recíproca e Contrapositiva	46
2.6 Falácias e Silogismos Formais	47
2.7 Leis de De Morgan	49
2.8 Redefinindo Conectivos	50
2.9 Forma Disjuntiva Normal	51
Exercícios	54
3. Teoria Intuitiva dos Conjuntos	59
3.1 Noções de Conjuntos	60
3.2 Relações	64
3.3 Funções	66
3.4 Relações de Ordem	67
3.5 Relações de Equivalência	68
Exercícios	70

4.	Lógica de Primeira Ordem – Linguagem	73
4.1	O Alfabeto	74
4.2	Termos	76
4.3	Fórmulas	77
4.4	Omissão de Parênteses	78
4.5	Abreviaturas	79
4.6	Unicidade da Representação	80
4.7	Indução na Complexidade de Termos e Fórmulas	82
4.8	Subtermos e Subfórmulas	85
4.9	Variáveis Livres	85
	Exercícios	87
5.	Lógica de Primeira Ordem – Semântica	91
5.1	Modelos	92
5.2	Interpretação de Termos	92
5.3	Definição de Verdade	93
	Exercícios	97
6.	Lógica de Primeira Ordem – Axiomatização	101
6.1	O Programa de Hilbert	101
6.2	Sistema de Axiomas para a Lógica de Primeira Ordem	102
6.3	Principais Esquemas de Teoremas	107
6.4	Fórmulas Equivalentes	116
6.5	Forma Normal Prenexa	119
	Exercícios	122
7.	Metamatemática	125
7.1	Consequência, Consistência e Independência	126
7.2	Teorema da Correção	131
7.3	Teorema da Completude	135
7.4	Aplicação: Análise não <i>Standard</i>	143
7.5	Teoremas de Incompletude de Gödel	144
	Exercícios	153
	APÊNDICE A. Formalização da Matemática em ZFC	157
A.1	Os Axiomas de ZF	159
A.2	Produto Cartesiano e Axioma da Escolha	164
A.3	Números Naturais e Aritmética	166
A.4	Construção dos Números Inteiros	172
A.5	Construção dos Números Racionais	174
A.6	Construção dos Números Reais	175

Exercícios	177
APÊNDICE B. Álgebras de Boole	179
B.1 Álgebras de Boole	179
B.2 Álgebras de Conjuntos	183
B.3 Álgebras de Lindenbaum	184
B.4 Teorema de Representação de Stone	188
Exercícios	192
Bibliografia	195
Índice Remissivo	199
Sobre o Autor	203