

# SUMÁRIO

Prefácio .....	15
1. Variáveis Aleatórias .....	17
1.1 Probabilidade .....	17
1.2 Variável aleatória discreta .....	18
1.3 Variável aleatória contínua.....	20
1.4 Médias e momentos de uma distribuição .....	21
1.5 Função característica .....	23
1.6 Função geratriz .....	26
1.7 Mudança de variável .....	27
1.8 Distribuição conjunta .....	30
2. Sequência de Variáveis Independentes .....	37
2.1 Soma de variáveis independentes .....	37
2.2 Lei dos grandes números .....	40
2.3 Teorema central do limite .....	42
2.4 Passeio aleatório unidimensional .....	44
2.5 Passeio aleatório bidimensional.....	46
2.6 Distribuição gaussiana multidimensional .....	49
2.7 Distribuições estáveis.....	51
3. Equação de Langevin .....	55
3.1 Movimento browniano.....	55

3.2	Distribuição de probabilidades .....	60
3.3	Evolução temporal dos momentos .....	63
3.4	Simulação do movimento aleatório .....	66
3.5	Equação de Fokker-Planck .....	67
3.6	Conjunto de equações de Langevin .....	68
3.7	Oscilador harmônico .....	70
3.8	Sistema linear .....	72
3.9	Circuito elétrico .....	74
3.10	Equação de Kramers .....	76
4.	Equação de Fokker-Planck I .....	79
4.1	Equação em uma variável .....	79
4.2	Solução estacionária .....	82
4.3	Operador de evolução .....	83
4.4	Equação adjunta .....	86
4.5	Operador hermitiano .....	87
4.6	Parede absorvente .....	90
4.7	Parede refletora .....	93
4.8	Probabilidade de transição .....	96
4.9	Equação de Chapman-Kolmogorov .....	99
4.10	Escape de uma região .....	102
4.11	Correlação temporal .....	105
5.	Equação de Fokker-Planck II .....	109
5.1	Equação em várias variáveis .....	109
5.2	Forças solenoidais .....	112
5.3	Sistema linear .....	114
5.4	Entropia e produção de entropia .....	115
5.5	Equação de Kramers .....	117
5.6	Equações de Kramers para várias partículas .....	119
5.7	Sistema linear de Kramers .....	121
5.8	Produção de entropia .....	123
5.9	Potência dissipada .....	124
6.	Cadeias de Markov .....	127
6.1	Processos estocásticos .....	127
6.2	Matriz estocástica .....	128
6.3	Cadeia de ordem superior .....	130
6.4	Matrizes irredutíveis .....	131
6.5	Teorema de Perron-Frobenius .....	134
6.6	Reversibilidade microscópica .....	135
6.7	Método de Monte Carlo .....	137

6.8	Expansão em autofunções .....	140
6.9	Recorrência.....	142
6.10	Modelo de Ehrenfest .....	144
6.11	Passeio aleatório .....	148
6.12	Recorrência no passeio aleatório.....	150
7.	Equação Mestra I .....	153
7.1	Introdução.....	153
7.2	Matriz de evolução .....	154
7.3	Expansão em autovetores .....	157
7.4	Recorrência.....	159
7.5	Estado absorvente .....	160
7.6	Expansão em série temporal .....	162
7.7	Expansão perturbativa .....	164
7.8	Teorema H de Boltzmann.....	166
7.9	Reversibilidade microscópica.....	167
7.10	Entropia e produção de entropia .....	168
7.11	Transporte através de uma membrana .....	171
8.	Equação Mestra II .....	177
8.1	Processo de criação e aniquilação .....	177
8.2	Função geratriz .....	179
8.3	Processo de Poisson .....	181
8.4	Passeio aleatório assimétrico.....	182
8.5	Passeio aleatório com parede absorvente .....	183
8.6	Passeio aleatório com parede refletora .....	186
8.7	Passeio aleatório multidimensional.....	188
8.8	Passeio multidimensional com estado absorvente .....	190
9.	Transição de Fase e Criticalidade .....	193
9.1	Introdução.....	193
9.2	Modelo majoritário .....	194
9.3	Modelo ferromagnético .....	197
9.4	Modelo com um estado absorvente.....	206
10.	Sistemas Reativos .....	213
10.1	Sistemas com um grau de liberdade.....	213
10.2	Reações com um grau de liberdade .....	219
10.3	Sistema com mais de um grau de liberdade .....	224
10.4	Reações com mais de um grau de liberdade .....	228
10.5	Sistemas abertos .....	231

11. Modelo de Glauber .....	237
11.1 Introdução.....	237
11.2 Modelo de Glauber unidimensional .....	239
11.3 Modelo de Glauber linear .....	243
11.4 Modelo do votante.....	246
11.5 Expoentes críticos .....	249
12. Sistemas com Simetria de Inversão .....	251
12.1 Introdução.....	251
12.2 Modelo de Ising .....	253
12.3 Dinâmica de Glauber-Ising .....	255
12.4 Teoria de campo médio .....	257
12.5 Expoentes críticos e universalidade .....	262
12.6 Modelo do votante majoritário .....	264
12.7 Aproximação de campo médio.....	267
13. Sistemas com Estados Absorventes .....	271
13.1 Introdução.....	271
13.2 Processo de contato .....	272
13.3 Aproximação de campo médio.....	276
13.4 Teoria de campo médio .....	279
13.5 Expoentes críticos e universalidade .....	281
13.6 Operador de evolução .....	282
13.7 Criação por duas ou mais partículas .....	284
13.8 Modelos com dois estados absorventes .....	288
14. Dinâmica de Populações .....	291
14.1 Modelo predador-presa .....	291
14.2 Simulações numéricas .....	293
14.3 Propagação de epidemias .....	295
14.4 Teoria de campo médio .....	296
15. Autômatos Celulares Probabilísticos .....	305
15.1 Introdução.....	305
15.2 Autômato celular de Domany-Kinzel .....	306
15.3 Percolação direcionada .....	310
15.4 Espalhamento de dano .....	312
15.5 Modelo para o sistema imunológico .....	316
16. Processos de Reação-Difusão .....	321
16.1 Introdução.....	321
16.2 Modelos com conservação da paridade.....	322
16.3 Operador de evolução .....	324

16.4 Modelos com difusão e reação .....	326
16.5 Modelo unidimensional.....	327
17. Deposição Sequencial Aleatória .....	329
17.1 Introdução.....	329
17.2 Caso unidimensional.....	330
17.3 Solução na árvore de Cayley.....	332
17.4 Deposição em redes regulares.....	334
18. Percolação .....	337
18.1 Aglomerados .....	337
18.2 Modelo na árvore de Cayley .....	341
18.3 Percolação dinâmica.....	347
Bibliografia .....	351
Índice Remissivo.....	361
Sobre os Autores.....	365